भारतीय कृषि अनुसंधान पत्रिका, 28(3) 149-153, 2014

रन अनुक्रमों में न्यूनतम परिवर्तन के साथ अनुक्रिया सतह अभिकल्पनाऐं

एल्दो वरगीस, अर्पण भौमिक, सीमा जग्गी, सिनी वरगीस एवं विजय बिंदल

भारतीय कृषि सांख्यिकी अनुसंधान संस्थान, लाइब्रेरी एवेन्यू, पूसा, नई दिल्ली - 110012

प्राप्त : अगस्त 2014 स्वीकृत : सितम्बर, 2014

सारांश

रन अनुक्रम में यादृच्छिीकरण एक ऐसी तकनीक है जो सामान्यत: अनुक्रिया सतह अभिकल्पनाओं (Response surface designs) के उपयोगकर्त्ताओं द्वारा उनकी रूचि के प्रभावों के आकलों में होनी वाली अभिनति, जो कि समय प्रवृत्ति के कारण हो सकती है, से बचने के लिए नियोजित की जाती है। यह अधिकतर वांछनीय होता है कि परीक्षणात्मक अभिकल्पना में प्रेक्षणों का निष्पादन इस प्रकार किया जाए कि निवेश (Input) कारक स्तर में परिवर्तन की संख्या कम रखी जा सके। अनुक्रिया सतह परीक्षण के रन अनुक्रम का यादृच्छिकीकरण सदैव ही वांछनीय कारकों के प्रभाव को बेअसर नहीं करता है। वास्तव में, कुछ बहुत ही उचित मान्यताओं के साथ, यादृच्छिक अनुक्रमों के एक महत्वपूर्ण समानुपात की संरक्षण डिग्री, मानक अनुक्रम में परीक्षणों द्वारा प्राप्त संरक्षण डिग्री के समान होती है। इसके अतिरिक्त, यादृच्छिकीकरण कारक स्तरों में एक बड़ी संख्या में परिवर्तन ला सकता है जिससे परीक्षण मंहगे एवं कठिन बन सकते हैं। यहाँ, किसी भी संख्या में रनों सहित अनुक्रिया सतह अभिकल्पनाओं के लिए वांछित लक्षणों के साथ परीक्षण प्राप्त करने के लिए एक पद्धति पर विचार-विमर्श किया गया है।

www.IndianJournals.com
Members Copy, Not for Commercial Sale
Downloaded From IP - 14.139.248.10 on dated 9-Mar-2015

Bhartiya Krishi Anushandhan Patrika, 28(3) 149-153, 2014

RESPONSE SURFACE DESIGNS WITH MINIMUM CHANGES IN THE RUN SEQUENCE

Eldho Varghese, Arpan Bhowmik, Seema Jaggi, Cini Varghese and Vijay Bindal

Indian Agricultutral Statistics Research Institute, Library Avenue, New Delhi - 110 -012

ABSTRACT

Randomization in run order is a technique commonly employed by the users of response surface designs to avoid biases in the estimates of the effects of interest which might result from a time trend. It is often desirable to execute the observations in an experimental design in such an order that the number of input factor level changes is kept small. Randomizing the run order of a response surface experiment does not always neutralize the effect of undesirable factors. In fact, with some very reasonable assumptions, an important proportion of random orders achieve the same degree of protection as that obtained by experimenting in the standard order. In addition, randomization can induce a large number of changes in factor levels and thus make experimentation expensive and difficult. Here, a methodology to obtain experimentation orders with the desired properties for response surface designs with any number of runs has been discussed.

www.IndianJournals.com
Members Copy, Not for Commercial Sale
Downloaded From IP - 14.139.248.10 on dated 9-Mar-2015

प्रस्तावना

अनुक्रिया सहित पद्धति (आर.एस.एम.) अनुक्रिया चर एवं निवेश (Input) चरों के बीच संबंध पता करने के लिए परीक्षणात्मक कार्यनीति प्रदान करती है तथा उनके बीच एक उचित अनुमानित संबंध विकसित करती है। इसका प्रयोग उन परिस्थितियों में किया जाता है जबकि कई निवेश चर किसी प्रक्रिया के कुछ निष्पादन माप या गुणात्मक लक्षण को सम्भाव्यत: प्रभावित करते हैं।

माना $x_1, x_2, \ldots, x_v$; v स्वतंत्र निवेश/परीक्षणात्मक चर/ कारक है, y अनुक्रिया चर एवं N प्रेक्षण है। अनुक्रिया निवेश कारकों का एक फलन है अर्थात

$$y_u = f(x_{1u}, x_{2u}, x_{3u}, \ldots, x_{vu}) + e_u$$

जहाँ u = 1, 2, ..., N ; x_{iu} u वें ट्रीटमेंट संयोजन में i वें कारक (i = 1, 2, ... v) का स्तर है तथा y_u, u वें ट्रीटमेंट संयोजन से प्राप्त अनुक्रिया को दर्शाता है। फलन *f* अनुक्रिया एवं निवेश चरों के संबंध को दर्शाता है तथा e_u, u वें प्रेक्षण के साथ जुड़ी यादृच्छिक त्रुटि है जो स्वतंत्र एवं प्रसामान्य रूप से वितरित है तथा जिसका माध्य शून्य है तथा उभयनिष्ठ (common) प्रसरण σ^2 है।

अभ्यास में, *f* का प्रारूप अज्ञात होता है अत: इसे परीक्षणात्मक क्षेत्र में, चरों में उपयुक्त डिग्री के एक बहुपद द्वारा अनुमानित किया जाता है। जो बहुपद यथार्थ (true) निवेश-अनक्रिया संबंध का प्रतिनिधित्व करते हैं उन्हें अनुक्रिया मॉडल कहा जाता है तथा जो अभिकल्पनाऐं, अनुक्रिया सतहों की फिट्रिंग की अनुमति देती है एवं उनकी परिशुद्धता (accuracy) को टेस्ट करने के लिए मापन (measure) प्रदान करती है उन्हें अनुक्रिया सतह परिकल्पनाऐं कहते हैं।

यदि *f* एक डिग्री वाला बहुपद है तो उसे प्रथम अनुक्रम (रैखिक) अनुक्रिया सतह कहा जाता है अर्थात

$$f(x_u) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{v} \beta_i \, x_{iu}$$

कुछ परिस्थितियाँ ऐसी होती हैं जहाँ द्वितीय डिग्री अनुक्रिया सतह ज्यादा उपयुक्त होती है। इस तरह की सतह को सामान्यत: निम्नानुसार लिखा जाता है :

$$f(x_u) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{v} \beta_i \, x_{iu} + \sum_{i=1}^{v} \beta_{ii} \, x^2_{iu} + \sum_{i=1}^{v-1} \sum_{i'=i+1}^{v} \beta_{ii} \, x_{i'u}$$

जहाँ β_0 एक अचर है, β_i i वां रैखिक समाश्रयण गुणांक, β_{ii} i वां दिघात समाश्रयण गुणांक एवं β_{ii} , (i, i) वां अन्योन्यक्रिया गुणांक है।

घूर्णन योग्य (rotatable) अभिकल्पनाओं के निर्माण के लिए आर.एस.एम. पर विशाल मात्रा में साहित्य उपलब्ध है। अनुक्रिया सतह अभिकल्पनाओं पर विस्तृत विवरण प्राप्त करने के लिए मायर्स एवं सहयोगी (2009) को संदर्भित किया जा सकता है।

इन अनुक्रमों का यादृच्छिकीकरण एक तकनीक है जो सामान्यत: आर.एस.एम. में अज्ञात कारकों के प्रभाव, जिनका अनुक्रिया पर प्रभाव हो सकता है जिसके कारण परिणाम की व्याख्या अशुद्ध हो सकती है, से बचने के लिए नियोजित की जाती है।

रन अनुक्रमों का यादृच्छिकीकरण अज्ञात कारकों के प्रभाव, को निष्क्रिय करने के लिए वांछित प्रभाव को सदैव प्राप्त नहीं करता। इसके अलावा, यादृच्छिकीकरण कारक स्तर में एक बड़ी मात्रा में परिवर्तन कर सकता है तथा परीक्षण को मंहगा, अधिक समय लेने वाला एवं कठिन बना देता है। स्तर परिवर्तन की मात्रा कई कृषि फसलोत्तर एवं प्रसंस्करण, अभियांत्रिक एवं औद्योगिक परीक्षणों में परीक्षणकर्त्ताओं के लिए गंभीर चिंता का विषय है क्योंकि इन परीक्षणों में ऐसी परिस्थितियाँ उत्पन्न हो सकती हैं जहाँ कुछ कारकों के स्तर परिवर्तन करना प्राकृतिक रूप से (physically) अत्यधिक कठिन होता है। इन परिस्थितियों में जहाँ एक विशेष कारक का स्तर परिवर्तन करना कठिन या लगभग असंभव होता है, उस विशेष कारक के स्तर का नियत (fix) करने एवं तदनुसार अन्य कारकों के स्तरों (स्तरों के संयोजन) को यादृच्छिकीकृत करने की अनुशंसा की जाती है।

सामग्री एवं परीक्षण विधि

लागत मापदंड ड्रेपर एवं स्टोनमैन (1968) द्वारा प्रस्तावित किया गया है। उन्होंने 2^3 बहु-उपादानी एवं विभिन्न आंशिक बहु-उपादानी अभिकल्पनाओं के रन अनुक्रमों को तालिकाबद्ध

किया, जिनमें आठ रनों की आवश्यकता होती है जिनमें मुख्य प्रभावों के आकल रैखिक समय प्रवृत्ति से मुक्त होते हैं। ये परिणाम 2^3 बहु–उपादानी अभिकल्पनाओं के सही 8 ! = 40,330 संभव रन अनुक्रमों के लिए संगणक प्रोग्राम द्वारा संपूर्ण जांच पड़ताल (exhaustive examination) के माध्यम से प्राप्त किय गये।

डिंकिंसन (1974) ने ड्रेपर एवं स्टोनमैन (1968) के कार्य को, सर्च को न्यूनतम रन अनुक्रमों तक प्रतिबंधित करते हुए 2^4 एवं 2^5 पूर्ण बहु–उपादानी योजनाओं तक विस्तृत किया। यहाँ 2^4 एवं 2^5 अभिकल्पनाओं के मामले में, रन अनुक्रम दिए गए हैं जिनमें न्यूनतम संख्या में उपादान स्तर परिवर्तनों की आवश्यकता होती है और साथ ही किसी रैखिक समय प्रवृत्ति के परिणामस्वरूप मुख्य प्रभावों के आकलों में अभिनतियों के विरूद्ध उचित संरक्षण प्रदान करने की आवश्यकता होती है। रन अनुक्रमों की जांच करने के लिए एक संगणक प्रोग्राम लिखा गया है जिन अनुक्रमों में न्यूनतम संख्या में उपादान स्तर परिवर्तनों की आवश्यकता होती है तथा मुख्य प्रभावों एवं किसी रैखिक समय प्रवृत्ति के बीच न्यून सहसंबंध वाले अनुक्रमों को चयनित किया जाता है। द्विस्तरीय उपादानी परीक्षणों के लिए साहित्य में कुछ उपयोगी परिणाम उपलब्ध है (चेंग एवं जेक्रॉकस, 1988), डी लियोन इत्यादि (2005), कोरिया इत्यादि (2012)। परीक्षणात्मक अभिकल्पनाओं के लिए उपयुक्त रन अनुक्रमों को जेनरेट करने के लिए, जबकि मापन कुछ समय अनुक्रम में किया जाना हो, जॉइनर एवं कैम्पबैल (1976) ने एक पद्धति का प्रस्ताव रखा था।

परीक्षणात्मक प्रक्रिया में कारकों के स्तर परिवर्तन की संख्या के लिए मापदण्ड संभवतः एक अति महत्वपूर्ण विचाराणीय तत्व है क्योंकि परीक्षण करने के लिए आवश्यक प्रयास एवं लागत पर एक सार्थकता प्रभाव पड़ सकता है। यह कारकों के अस्तित्व, जो परिवर्तन करने में कठिन है, के कारण होता है। अतः उन परीक्षणों में, जहाँ कारक स्तर में परिवर्तन करना कठिन है, रन अनुक्रमों के मानक प्रारूप का प्रयोग करने की बजाय रन अनुक्रमों में न्यून कारक स्तर परिवर्तन के साथ रन अनुक्रिया सतह अभिकल्पना का प्रयोग किया जाना चाहिये।

www.IndianJournals.com
Members Copy, Not for Commercial Sale
Downloaded From IP - 14.139.248.10 on dated 9-Mar-2015

परिणाम एवं विवेचना

द्वितीय ऑर्डर अनुक्रिया सतह को फिट करने के लिए अभिकल्पना :

दो निवेश कारकों A एवं B सहित निम्न केन्द्रीय संयुक्त अभिकल्पना (सी.सी.डी.) पर विचार करें :

मानक आर्डर

A	B
-1	-1
-1	1
1	-1
1	1
-√ 2	0
√2	0
0	-√2
0	√2
0	0
0	0
4	7

यहाँ कारक A के परिवर्तनों की संख्या 4 है एवं कारक B के परिवर्तनों की संख्या 7 है। अतः परिवर्तनों की कुल संख्या 11 है। निम्न पर विचार करें :

कुछ अन्य ऑर्डर

A	B
-1	-1
-1	1
1	-1
1	1
-√2	0
√2	0
0	0
0	0
0	-√2
0	√2
4	6

www.IndianJournals.com
Members Copy, Not for Commercial Sale
Downloaded From IP - 14.139.248.10 on dated 9-Mar-2015

यहाँ कारक A के परिवर्तनों की संख्या 4 है एवं कारक B के परिवर्तनों की संख्या 6 है। अतः परिवर्तनों की कुल संख्या 10 है। इससे ज्ञात होता है कि परिवर्तनों की संख्या रन अनुक्रमों की व्यवस्था के आधार पर भिन्न हो सकती है।

कारकों एवं उनके स्तरों की संख्या में वृद्धि के साथ परिवर्तनों की संख्या में वृद्धि हो सकती है। यहाँ रन अनुक्रमों में न्यूनतम परिवर्तनों के साथ एक सी.सी.डी. बनाने के लिए विचार विमर्श किया गया है।

2. निर्माण की पद्धति :

तीन निवेश कारक (A, B एवं C) के साथ एक सी.सी.डी. को तीन भागों अर्थात बहु-उपादानीय बिन्दु, अक्षीय बिन्दु एवं केन्द्रीय बिन्दु में निम्न रूप में विभाजित किया जा सकता है:

	A	B	C	
	-1	-1	-1	बहु-उपादानीय
	-1	-1	1	
	1	1	-1	
	-1	1	1	
	1	-1	-1	
	1	-1	1	
	1	1	-1	
	1	1	1	
	-1.682	0	0	अक्षीय बिन्दु
	1.682	0	0	
	0	-0.1682	0	
	0	1.682	0	
	0	0	-1.682	
	0	0	0	केन्द्रीय बिन्दु
	0	0	0	
	0	0	0	
	0	0	0	
स्तर परिवर्तनों की संख्या	**4**	**7**	**11**	

चरण-1 :

बहु-उपादानीय बिन्दुओं को निम्न प्रकार से व्यवस्थित करें:

पहले (v-1) कारकों को मानक क्रम में व्यवस्थित करें एवं अंतिम कारक (यहाँ C है) को इस प्रकार व्यवस्थित करें कि यह, सभी बहु-उपादानी संयोजनों के घटित होने को सुनिश्चित करके, -1 से प्रारंभ होकर -1 पर ही समाप्त होना चाहिये।

अर्थात -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, ... -1

चरण-2 :

अब वास्तविक / मूल अभिकल्पना में सभी संयोजनों के घटित होने को सुनिश्चित करते हुए अक्षीय बिन्दु के अंतिम कारक (C कारक) का अंतिम दो केन्द्रीय बिन्दुओं के साथ अदला-बदली करें।

	A	B	C	
	-1	-1	-1	बहु-उपादानीय
	-1	-1	1	
	1	1	1	
	-1	1	-1	
	1	-1	-1	
	1	-1	1	
	1	1	1	
	1	1	-1	
	-1.682	0	0	अक्षीय बिन्दु
	1.682	0	0	
	0	-0.1682	0	
	0	1.682	0	
	0	0	0	केन्द्रीय बिन्दु
	0	0	0	
	0	0	0	
	0	0	0	
	0	0	-0.1682	
	0	0	0.1682	
स्तर परिवर्तनों की संख्या	**4**	**7**	**7**	

यहाँ रन अनुक्रमों में परिवर्तन की कुल संख्या 22 से घटकर 18 हो गई है। व्यापक अर्थ में, परीक्षणों में जब ऐसे निवेश कारक शामिल होते हैं जिनके स्तरों के परिवर्तन करना कठिन होता है तो रन अनुक्रमों का यादृच्छिीकरण करने की बजाय रन अनुक्रमों में परिवर्तन की न्यूनतम संख्या के साथ एक अनुक्रिया सतह अभिकल्पना का चयन करना एक प्रभावी समाधान है। इसी प्रकार के अभिकल्पनाओं की एक श्रृंखला की दक्षता का अध्ययन वर्गीस एवं सहयोगी (2013) द्वारा भी किया गया है।

निष्कर्ष

आर.एस.एम. में रन अनुक्रमों का यादृच्छिकीकरण सदैव उपयुक्त नहीं होता है क्योंकि यह निवेश कारक स्तरों में परिवर्तनों की एक बड़ी संख्या को प्रेरित करता है। अतः परीक्षण करने को मंहगा, अधिक समय लेने वाला एवं कठिन बना सकता है। अनुक्रिया सतह अभिकल्पना में निवेश कारकों के स्तर परिवर्तन की संख्या के लिए मापदण्ड संभवतः एक अति महत्वपूर्ण विचारणीय तत्व है क्योंकि परीक्षण करने के लिए आवश्यक प्रयास एवं लागत पर एक सार्थकता प्रभाव पड़ सकता है। यहाँ दी गई पद्धति, मानक क्रम में इसके निष्पादन की तुलना एक सी.सी.डी. में, रन अनुक्रमों के परिवर्तनों की कुल संख्या को कम कर देगी।

www.IndianJournals.com
Members Copy, Not for Commercial Sale
Downloaded From IP - 14.139.248.10 on dated 9-Mar-2015

संदर्भ

वर्गीस, एल्दो, जग्गी, सीमा, वर्गिस, सिनी एवं बिंदल, विजय (2013). समानुपाती नेवर प्रभावों सहित दक्ष नेवर संतुलित ब्लॉक अभिकल्पना। *भारतीय कृषि अनुसंधान पत्रिका*, 28(3) 172-176.

चैंग, सी एवं जैकरॉक्स, एम. (1988). The construction of trend-free run orders of two level factorial designs. *Americal Statistical Association*, 83, 1152-1158.

कोरिया, ए.ए., गरिमा, पी. एवं टॉर्ट-मार्टोरेल, एक्स. (2009). Experimentation order with good properties for 2^k factorial designs with 8 or 16 runs. *Journal of Applied Statistics*, 36(7), 743-754.

कोरिया, ए.ए., गरिमा, पी. एवं टॉर्ट-मार्टोरेल, एक्स. (2012). Experimentation order in factorial designs : new findings, *Journal of Applied Statistics*, 39(7), 1577&1591.

डी लियोन, ए.ए. गरिमा, पी एवं टॉर्ट-मार्टोरेल, एक्स (2005). Experimentation order in factorial designs with 8 or 16 runs. *Journal of Applied Statistics*, 32(3), 297-313.

डिकिंसन, ए. डब्ल्यू. (1974). Some orders requiring a minimum number of factor level changes for 2^4 and 2^5 main effects plans. *Technometrics*, 16(1), 31-37.

ड्रेपर, एन.आर. एवं गटमैन, आई. (1980). Incorporating overlap effects from neighbouring units into response surface models. *Appl. Statist.* 29(2), 128-134.

जॉइनर, बी.एल. एवं कैम्पबैल, सी. (1976). Designing experiments when run order is important. *Technometrics*, 18(3), 249-259.