

जनरेलाइज्ड रो—कालम अभिकल्पनाएँ : एक सिंहावलोकन

अनिंदता दत्ता, सीमा जग्गी, एल्दो वर्गीस, सिनी वर्गीस, अर्पण भौमिक, मोहम्मद हारुन एवं बी.जे. गहलौत
भा. कृ. अ. प.— भारतीय कृषि सांख्यिकी अनुसंधान संस्थान
लाइब्रेरी एवेन्यू, नई दिल्ली—110012

सारांश

जनरलाइज्ड रो — कालम (जी.आर.सी.) अभिकल्पनाओं का प्रयोग उस स्थिति में किया जाता है जब ट्रीटमेंटों की संख्या वस्तुतः बहुत बड़ी हो, प्रतिकृतियों की संख्या सीमित हो और वे दो दिशाओं की असमांगता को नियन्त्रित करती हों। ये अभिकल्पनाएँ v ट्रीटमेंटों वाली अभिकल्पनाएं होती हैं जिनमें ट्रीटमेंटों को p पंक्तियों और q स्तम्भों में इस प्रकार सजित किया जाता है कि प्रत्येक पंक्ति और स्तम्भ के कटान बिन्दु पर एक से अधिक इकाई उपस्थित होती है। यहां इसी प्रकार की परीक्षण स्थिती पर जी.आर.सी. अभिकल्पना की संरचना वाले उदाहरण के साथ विचार किया गया है।

Generalized Row-Column Designs : An overview

Anindita Datta, Seema Jaggi, Eldho Varghese, Cini Varghese, Arpan Bhowmik, Mohd. Harun and B.J. Gahlot
ICAR-Indian Agricultural Statistics Research Institute
Library Avenue, New Delhi – 110 012. India

ABSTRACT

Generalized Row-column (GRC) designs are used when the number of treatments is substantially large with limited number of replicates controlling heterogeneity in two directions. GRC design is an arrangement of v treatments in p rows and q columns such that the intersection of each row and column consists of more than one unit. Here, some experimental situation along with an example for constructing GRC designs have been discussed.

प्रस्तावना

ऐसी बहुत सी प्रायोगिक स्थितियों में जहां परिणाम को प्रभावित कर सकने वाली परीक्षण इकाईयों में विचरण के दो क्रास—क्लासिफाईड स्रोत हों, रो—कालम अभिकल्पनाएँ लाभदायक होती हैं। कृषि एवं कृषि पशुओं से संबंधित परीक्षणों में नान—ट्रीटमेंट विचरण के नियन्त्रण हेतु इन अभिकल्पनाओं का प्रयोग किया जाता है। सांख्यिकीय पठन सामग्री में उपलब्ध अधिकांश रो—कालम अभिकल्पनाओं में रो—कालम के कटान बिन्दु पर केवल एक ही इकाई होती है। जनरलाइज्ड रो—कालम अभिकल्पनाओं का प्रयोग उस स्थिति में किया जाता है जब ट्रीटमेंटों की संख्या वस्तुतः बहुत बड़ी हो, प्रतिकृतियों की संख्या सीमित हो और वे दो दिशाओं की असमांगता को नियन्त्रित करती है। ये अभिकल्पनाएँ v ट्रीटमेंटों वाली ऐसी अभिकल्पनाएँ हैं जिनमें v ट्रीटमेंटों की p पंक्तियों और q स्तम्भों में इस प्रकार सजित किया जाता है कि प्रत्येक पंक्ति और स्तम्भ के कटान बिन्दु पर एक से अधिक इकाई उपस्थित होती है।

स्थिति –1(बैले, 1992): एक ग्राहक संगठन दस नये ब्रान्डों के निर्वात—मार्जकों की तुलना करना चाहता है। इस उद्देश्य से सभी दस ब्रान्डों में स प्रत्येक का एक निर्वात् मार्जक खरीदा जाता है। कुछ ग्रहणियां इस प्रकार की तुलना के लिए तैयार हाती हैं। प्रत्येक ग्रहणी अपने घर में एक सप्ताह के लिए

दो निर्वात मार्जकों का प्रयोग करके मूल्यांकन के उपरान्त एक स्कोर प्रदान करेगी। इस प्रकार अधिक से अधिक पांच ग्रहणियां एक साथ इस परीक्षण में भागिल हो सकती हैं। इसके अतिरिक्त, ग्रहणी-प्रभाव को सम्मिलित करने हेतु, यह आवश्यक है कि प्रत्येक ग्रहणी प्रत्येक निर्वात-मार्जक का प्रयोग करे और इसलिए इस परीक्षण अभ्यास में पाच सप्ताह तक भाग लें। सप्ताहों का पंक्तियों में तथा स्तम्भों में ग्रहणियों का प्रतिनिधित्व दर्शाते हुए तथा प्रतीकों के रूप में मार्जकों को दर्शाते हुए, निम्न प्रकार अभिकल्पनाओं की संचना सम्भव है।

(रो) पंक्ति (सप्ताह)	स्तम्भ (कालम) (ग्रहणी)									
	I		II		III		IV		V	
I	1	10	7	5	9	3	6	4	8	2
II	2	7	1	9	5	6	8	3	8	2
II	3	6	2	4	1	8	10	5	9	7
IV	9	4	8	6	2	10	1	7	3	5
V	8	5	3	10	4	7	9	2	1	6

स्थिति –2 (बैले,1992): एक परीक्षण में 5×10 आकार वाले आयताकार प्लाटों की श्रंखला में उगाने के लिए चुकंदर पर दस ट्रीटमेंटों का प्रयोग किया गया। प्रत्येक प्लाट में चुकंदर की उत्तर से दक्षिण की ओर एक लम्बी पंक्ति सज्जित की गई और इस प्रकार सभी दस प्लाट एक ही पंक्ति में एक दूसरे के साथ लगे हुए हैं। इन पंक्तियों को विघ्न कारक माना जाता है। व्यूह-रचना के बांयी ओर दक्षिण से उत्तर की ओर पहले पांच (कालमों) स्तम्भों में ट्रैक्टर से बुवाई की जाती है, तथा वापस मुड़ने पर व्यूह रचना के दांयी ओर उत्तर से दक्षिण दिशा की ओर अन्तिम पांच स्तम्भ (कालमों) में बुवाई की जाती है। इस प्रकार प्रथम तथा अन्तिम स्तम्भों (कालमों) में एक ही कवायद में बुवाई कर दी जाती है तथा इस कवायद को दूसरा विघ्न-कारक कहा जाता है। पांच रो (पंक्तियों) तथा पांच स्तम्भों (कालम) तथा कटान बिन्दुओं पर दो इकाईयों वाली कोश्ठक लेते हुए निम्न रो-कालम अभिकल्पना सम्भव है।

पंक्ति (रो चुकंदर के प्लाट)	स्तम्भ (कालम) (कवायद)									
	I	II	III	IV	V	V	IV	III	II	I
I	1	5	3	4	2	8	6	9	7	10
II	2	1	5	3	4	10	8	6	9	7
II	6	4	8	10	9	7	5	1	2	3
IV	9	8	10	7	5	3	1	8	6	4
V	8	3	7	2	1	6	9	4	10	5

स्थिति –3 (एडमन्डसन,1998): सेब की चटनी के रंग की तीव्रता की तुलना करने के लिए एक परीक्षण किया गया। दालचीनी के चार सान्द्रता स्तरों के साथ सेब की चटनी के 12 मिश्रणों के सचयों को ट्रीटमेंटों में भागिल किया गया। ट्रीटमेंटों को चार अलग-2 समयावधियों के लिए रखा जा सकता था। दालचीनी को पंक्तियों (रो) में, संचयन-समय अवधि (Storage Time) को स्तम्भों (कालम) में तथा मिश्रण-सान्द्रता को चिन्हों से दर्शाते हुए एक जनरेलाइज्ड-रो-कालम अभिकल्पना निम्न प्राकर प्रयोग की गई।

पंक्ति (रो दालचीनी सान्द्रता स्तर के प्लाट)	स्तम्भ (भण्डार समयावधि)											
	I						III			IV		
I	1	5	9	2	6	10	3	7	11	4	8	12
II	2	7	10	1	8	9	4	5	12	3	6	11
II	3	8	12	4	7	11	1	6	10	2	5	9
IV	4	6	11	3	5	12	2	8	9	1	7	10

इस व्यवस्था द्वारा यह निश्चित किया गया कि 48 ट्रीटमेंटों में से प्रत्येक एक बार प्रयाग में आता है तथा दोनों भण्डारण कारक भण्डारण समय अवधि के आर्थोगोनल होते हैं। मिश्रण एवं सान्द्रता के बीच इन्टरएक्शन का भाग पूर्ण रूप से भण्डारण समय अवधि के साथ कनफाउन्डेड था।

इन अभिकल्पनाओं को सांख्यिकीय साहित्य में अलग नामों से जाना जाता है जैसे लैटिन स्क्वायर अभिकल्पना जिनमें n प्रकृतियां तथा n स्तम्भ होते हैं तथा प्रत्येक पंक्ति व स्तम्भ के कटान बिन्दु पर k-इकाइयों वाला एक कोश्ठक होता है [बैडफोर्ड व वाईटेकर (2001) तथा बैले व मोनोड (2001)], ट्रोजेन-वर्ग [डर्बी व गिलबर्ट (1958), बैले (1988, 1992), एडमन्ड्सन (1998)] सेमी-लैटिन आयत [हर्शबर्गर व डेबिस (1952)], जनरेलाइज्ड इनकम्प्लीट टोजन-टाईप अभिकल्पनाएँ तथा प्रति कोश्ठक अधिक इकाई वाली पंक्ति-स्तम्भ (से कालम) अभिकल्पनाएँ।

जग्गी एट.एल. (2010) ने जनरेलाइज्ड इनकम्प्लीट ट्रोजेन-टाईप अभिकल्पनाओं को परिभाषित किया तथा इनके निर्माण की विधि विकसित की। दत्ता एट.एल. (2014) ने एक प्रकोश्ठ पर अपूर्ण संरचना वाली एक से अधिक इकाइयों के साथ रो-कालम अभिकल्पनाओं के निर्माण की कुछ विधियां प्राप्त की। दत्ता एट.एल. (2015) ने समान व असमान आकार के प्रकोश्ठों पर अपूर्ण संरचना वाली एक से अधिक इकाइयों सहित रो-कालम अभिकल्पनाओं के निर्माण की विधियां विकसित की। यहां प्रकोश्ठों के आकार से तात्पर्य पंक्ति व स्तम्भ के कटान बिन्दु पर स्थित प्रकोश्ठ पर दिये गये ट्रीटमेन्टों की संख्या से है।

एक जनरेलाइज्ड-रो-कालम अभिकल्पना तभी पूर्ण समझी जाती है जब पंक्ति स्तम्भ के कटान बिन्दु पर कम से कम दो ट्रीटमेंट हों। यहां हम एक ऐसे रो-कालम अभिकल्पना पर विचार करेंगे जिसमें v ट्रीटमेन्टों को p पंक्तियों व q स्तम्भों में व्यवस्थित किया गया है और पंक्ति स्तम्भ के प्रत्येक कटान बिन्दु में k इकाईयां ($k > 1$) या प्लाट स्थित है जिससे हमें pqk परीक्षण इकाईयां या प्रेक्षण प्राप्त होते हैं। सांख्यिकीय साहित्य में उपलब्ध लगभग सभी विधियां पूर्ण स्तम्भों, पूर्ण पंक्तियों तथा समान प्रकोश्ठ आकार के लिए हैं। यहां जनरेलाइज्ड रो-कालम अभिकल्पना के 3 पंक्तियों में 2 के आकार के प्रकोश्ठों के साथ व्यवस्था नीचे दी गई है। v = 7 के लिए प्राथमिक स्तम्भ के लिए तथ्य निम्नानुसार प्राप्त किये गये हैं।

1	7
2	6
3	5

अगर 1,2, ..., 6 को जोड़ते हुए तथा माड 7 को कम करते हुए इस स्तम्भ को विकसित किया जाए तब हमें 14, 7 के आकार की तीन पंक्तियों, प्रत्येक कोश्ठक पर दो इकाइयों व 6 के आकार के 7 स्तम्भों और सभी ट्रीटमेंटों के 6 रेप्लिकेशन वाली निम्न अभिकल्पना प्राप्त होती है।

पंक्तियां	स्तम्भ													
	1	7	2	1	3	2	4	3	5	4	6	5	7	6
	2	6	3	7	4	1	5	2	6	3	7	4	1	5
	3	5	4	6	5	7	6	1	7	2	1	3	2	4

ट्रीटमेंट प्रभावों का अनुमान $C=3.5I-0.5J$ मैट्रिक्स से आकलित किया जा सकता है।

निश्कर्ष

कृषि एवं कृषि प” युओं से संबंधित परीक्षणों में जब परीक्षण इकाइयों में विचरण के दो एसे स्रोत हों जो प्रतिक्रिया चर को प्रभावित कर सकते हैं, तो रो-कालम अभिकल्पनाओं का प्रयोग किया जाता है। सांख्यिकीय साहित्य में उपलब्ध अधिकांश रो-कालम अभिकल्पनाएँ पंक्ति-स्तम्भ के कटान बिन्दु पर एक इकाई वाली है। हालांकि उस स्थिति में जब परीक्षण सामग्री सीमित मात्रा में हो और ट्रीटमेन्टों की संख्या बड़ी हो तो पंक्ति-स्तम्भ के कटान बिन्दु पर एक से अधिक इकाई होने पर जनरेलाइज्ड-रो-कालम अभिकल्पनाओं का प्रयोग किया जाता है। यहां पर इन अभिकल्पनाओं की स्थिति तथा इनके निर्माण की विधियों पर विचार किया गया है।

संदर्भ

- Bailey, R.A. (1988). Semi Latin squares. *Journal of Statistical Planning and Inference*, **18**: 299-312.
- Bailey, R.A. (1992). Efficient semi-Latin squares. *Statistica Sinica*, **2**: 413-437.
- Bailey, R.A. and Monod, H. (2001). Efficient semi-Latin rectangles: Designs for plant disease experiments. *Scandinavian Journal of Statistics*, **28**: 257-270.
- Bedford, D. and Whitaker, R.M. (2001). A new construction for efficient semi-Latin squares. *Journal of Statistical Planning and Inference*, **98**: 287-292.
- Darby, L.A. and Gilbert, N. (1958). The Trojan Square. *Euphytica*, **7**: 183-188.
- Datta, A., Jaggi, S., Varghese, C. and Varghese, E. (2014). Structurally incomplete row-column designs with multiple units per cell. *Statistics and Applications*, **12 (1&2)**: 71-79.
- Datta, A., Jaggi, S., Varghese, C. and Varghese, E. (2015). Some series of row-column designs with multiple units per cell. *Calcutta Statistical Association Bulletin*, **67, (265-266)**, 89-99.
- Edmondson, R.N. (1998). Trojan square and incomplete Trojan square design for crop research. *Journal of Agricultural Science*, **131**, 135-142.
- Edmondson, R.N. (2002). Generalized incomplete Trojan designs. *Biometrika*, **89(4)**, 877-891.
- Harshbarger, B. and Davis, L.L. (1952). Latinized rectangular lattices. *Biometrics*, **8**, 73-84.

- Jaggi, S., Varghese, C., Varghese, E. and Sharma, V.K. (2010). Generalized incomplete Trojan-type designs. *Statistics and Probability Letters*, **80**, 706-710.
- Preece, D.A. and Freeman, G.H. (1983). Semi-Latin squares and related designs. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, **45**, 267-277.
- Williams, E.R. (1986). Row and column designs with contiguous replicates, *Australian Journal of Statistics*, **28**, 154 –163.